



«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

**Кафедра высшей математики**

Утверждаю

Заведующий кафедрой  
профессор

А.П. Господариков

«\_\_» сентября 2016 г.

**ПРОГРАММА ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ**  
по учебной дисциплине

**«МАТЕМАТИКА»**

**Специальность (направление подготовки): 21.05.02. «Прикладная геология»**

**Специализация (профиль): Геологическая съемка, поиски и разведка месторождений твердых полезных ископаемых**

**Разработал: доцент Брылевская Л.И.**

*Обсуждена и одобрена на заседании кафедры  
Протокол № 1 от 29 августа 2016 г.*

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ**  
**2016**

## Вопросы к экзамену 2 семестр.

1. Какой должна быть функция  $f(x)$ , чтобы удовлетворять условиям теоремы Ферма?
2. Почему теорема Ролля называется также теоремой о корнях производной?
3. Каким условиям должны удовлетворять функции  $f(x)$  и  $\varphi(x)$ , чтобы для них можно было записать формулу Коши?
4. Какая формула называется формулой конечных приращений (формулой Лагранжа)?
5. Как формулируется правило Лопиталья, в каком случае его применяют вновь?
6. Справедливы ли формулы Коши, Лагранжа и Тейлора не только при  $a < b$ , но и при  $b < a$ ? Какое условие является необходимым и достаточным для того, чтобы функция  $f(x)$  была постоянной на некотором промежутке?
7. Каково достаточное условие возрастания (убывания) функции?
8. Какая точка называется точкой экстремума функции? Какое значение аргумента функции называется критической точкой?
9. Каково необходимое условие экстремума функции?
10. Каково достаточное условие экстремума, использующее производную 1-го порядка? Каково достаточное условие экстремума, использующее производную 2-го порядка?
11. Какая кривая называется выпуклой вверх (вниз)? Какая точка называется точкой перегиба графика функции?
12. Какими двумя свойствами обладает операция сложения комплексных чисел?
13. Какими свойствами обладает операция умножения комплексных чисел?
14. Дайте определение комплексной плоскости. Как обозначают комплексное число  $(0,1)$ ?
15. Как называется выражение  $a+bi$ ? Что означает запись  $\operatorname{Re}(a+bi)$ ?
16. Какое комплексное число называют частным комплексных чисел  $u$  и  $v$ ?
17. Что такое модуль комплексного числа  $z$ ? Что такое аргумент комплексного числа  $z$ ? Что означает символ  $\arg z$ ?
18. Чему равен модуль произведения двух комплексных чисел? Чему равен аргумент произведения двух комплексных чисел?
19. Какая функция называется первообразной?
20. Что называется неопределённым интегралом?
21. Какому условию должна удовлетворять подынтегральная функция  $f(x)$  на промежутке  $[a; b]$  для того, чтобы существовал  $\int f(x)dx$ ?
22. Чему равна производная от неопределённого интеграла  $\left(\int f(x)dx\right)'$ ?
23. Чему равен дифференциал от неопределённого интеграла  $d\left(\int f(x)dx\right)$ ?
24. Какие интегралы берутся методом непосредственного интегрирования?
25. Для каких интегралов применяется метод интегрирования подстановкой?

26. Каким методом берётся интеграл  $\int P_n(x)e^{ax} dx$ , где  $P_n(x)$  - многочлен степени  $n$ ?  
 Какую функцию нужно принять за  $u$  в интеграле  $\int P_n(x)\arccos x dx$  при взятии его по формуле интегрирования по частям  $\int u dv = uv - \int v du$ ?
27. Методы интегрирования простейших рациональных дробей. Интегрирование неправильных и правильных дробно-рациональных функций.
28. Какая замена называется универсальной тригонометрической подстановкой? С помощью какой формулы берётся интеграл  $\int \sin mx \sin nx dx$ ? С помощью какой формулы берётся интеграл типа  $\int \sin^m x \sin^n x dx$ ?
29. Методы интегрирования интегралов от квадратичных иррациональностей. Применение дробно-линейной подстановки в некоторых интегралах от иррациональных функций.
30. Тригонометрическая подстановка в интегралах от иррациональных функций.
31. Дайте определение определенного интеграла. Сформулируйте теорему существования определенного интеграла.
32. В чем состоит геометрический смысл определенного интеграла от неотрицательной непрерывной функции? Перечислите основные свойства определенного интеграла.
33. Дайте геометрическую интерпретацию теоремы о среднем значении. Сформулируйте теорему Барроу о дифференцировании интеграла с переменным верхним пределом.
34. Какая формула определяет связь между определенным и неопределённым интегралами?
35. Докажите основную теорему интегрального исчисления. Выведите формулу замены переменной в определенном интеграле.
36. Напишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла.
37. Определите несобственный интеграл от непрерывной функции по бесконечному промежутку.
38. Дайте определение несобственного интеграла по конечному промежутку от функции, непрерывной на отрезке  $[a, b)$  и неограниченной в точке  $x=b$ . Сформулируйте определение абсолютной сходимости несобственного интеграла. Перечислите признаки сходимости несобственных интегралов.
39. Какие геометрические приложения определенного интеграла вы знаете? Получите формулу для вычисления площади плоской фигуры, заданной в полярной системе координат. Выведите формулу для вычисления объема тела вращения. Как вычислить длину дуги плоской кривой, заданной в прямоугольной системе координат?
40. Перечислите известные вам механические приложения определенного интеграла. Выведите формулу для расчета работы силы при перемещении материальной точки.
41. Что называется порядком дифференциального уравнения? Что означает задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
42. Что такое общее и частное решение дифференциального уравнения? В каком случае решение дифференциального уравнения называется особым?

43. Приведите формулу из теоремы Остроградского - Лиувилля. Дайте определение фундаментальной системы решений.
44. Какие есть случаи понижения порядка для дифференциальных уравнений второго порядка?
45. В чем заключается геометрический смысл теоремы о существовании и единственности решения задачи Коши?
46. Какой вид имеет дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными?
47. Какой вид имеет уравнение Бернулли? Какое дифференциальное уравнение называется однородным? В каких случаях применяется метод Бернулли?
48. Какое уравнение называется линейным неоднородным дифференциальным уравнением  $n$ -го порядка? Какие функции являются линейно независимыми?
49. Как по данному дифференциальному уравнению получить характеристическое уравнение?
50. В каких случаях дифференциальное уравнение интегрируется только методом Лагранжа?
51. Что такое фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения первого порядка? Какие функции входят в определитель Вронского? Если известно одно частное решение дифференциального уравнения, то по какой формуле можно получить другое?
52. Дайте определение функции двух переменных; укажите способы задания функции. Дайте определение области определения функции  $z = f(x, y)$ . Приведите примеры.
53. Сформулируйте определение предела функции двух переменных. Дайте определение частной производной функции  $z = f(x, y)$ . В чем заключается геометрический смысл частных производных функции  $z = f(x, y)$ ?
54. Дайте определение полного приращения и полного дифференциала функции  $z = f(x, y)$ . Дайте определения частных производных второго порядка функции  $z = f(x, y)$ . Сформулируйте теорему о равенстве смешанных производных.
55. По каким формулам вычисляются производные сложных функций?
56. Какое множество точек называется областью? Какие точки области называются граничными? Сформулируйте свойства функций двух переменных, непрерывных в ограниченной замкнутой области.
57. Дайте определение максимума и минимума функции  $z = f(x, y)$ . Сформулируйте необходимые условия существования экстремума функции  $z = f(x, y)$ .
58. Укажите правило отыскания критических точек функции  $z = f(x, y)$ . Сформулируйте достаточные условия экстремума функции  $z = f(x, y)$ .
59. Дайте определение производной функции  $z = f(x, y)$  по направлению  $l$ .
60. Что такое градиент? Какова связь градиента с производной по направлению?